πανελλαδικές εξετάσεις 2026

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (Άλγεβρα)

ΩΡΑ ΑΝΑΡΤΗΣΗΣ

10:15

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: **2-6-2026**

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (Άλγεβρα)**

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Α.1.

Η σχετική συχνότητα της τιμής x_i ορίζεται ως $f_i = \frac{\nu_i}{\nu}$, όπου ν_i η (απόλυτη) συχνότητα της x_i και ν το μέγεθος του δείγματος. Τότε:

$$f_1 + f_2 + \ldots + f_k = \frac{\nu_1}{\nu} + \frac{\nu_2}{\nu} + \ldots + \frac{\nu_k}{\nu} = \frac{\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_k}{\nu} = \frac{\nu}{\nu} = 1$$

Α.2.

Διατάσσουμε τις ν παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά. Διάμεσος (δ) ονομάζεται:

• αν το ν είναι *περιττός*, η μεσαία παρατήρηση, δηλαδή αυτή που βρίσκεται στη θέση $\frac{\nu+1}{2}$,

• αν το ν είναι *άρτιος*, το ημιάθροισμα (μέσος όρος) των δύο μεσαίων παρατηρήσεων, δηλαδή αυτών στις θέσεις $\frac{\nu}{2}$ και $\frac{\nu}{2}+1$.

Α.3.

Συνάρτηση πρώτης παραγώγου της f ονομάζεται η συνάρτηση $f' : \mathrm{B} \to \mathbb{R}$ που σε κάθε $x \in \mathrm{B}$ αντιστοιχίζει την παράγωγο της f στο σημείο αυτό:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Α.4.

α → Λάθος

β → Σωστό

γ → Σωστό

δ → Λάθος

ε → Σωστό

ΘΕΜΑ Β

$f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+1,\ x\in\mathbb{R}$

Β.1. $f'(x)=\left(\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+1\right)'=x^2-2x-3,\ x\in\mathbb{R}$

Β.2. $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2-2x-3=0$

$$\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-3)=4+12=16>0 \text{ 2 λύσεις άνισες}$$

$$x_{1,2}=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}=\frac{-(-2)\pm\sqrt{16}}{2\cdot1}=\frac{2\pm4}{2}\left\langle\begin{array}{l}x_1=\frac{2+4}{2}=\frac{6}{2}=3\\ x_2=\frac{2-4}{2}=\frac{-2}{2}=-1\end{array}\right.$$

Η μονοτονία προκύπτει από τον παρακάτω πίνακα:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f		$\nearrow$	ΤΟΠ. ΜΕΓ.	$\searrow$	ΤΟΠ. ΕΛ.	$\nearrow$	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty,-1]$ και $[3,+\infty)$.

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-1,3]$.

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στη θέση $x=-1$ το

$$f(-1)=\frac{1}{3}(-1)^3-(-1)^2-3(-1)+1=-\frac{1}{3}-1+3+1=-\frac{1}{3}+3=-\frac{1}{3}+\frac{9}{3}=\frac{8}{3}$$

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στη θέση $x=3$ το

$$f(3)=\frac{1}{3}\cdot3^3-3^2-3\cdot3+1=\frac{27}{3}-9-9+1=9-9-9+1=-8$$

Β.3.

Η εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $\mathrm{A}(0,f(0))$ είναι της μορφής $(\varepsilon): y=\lambda x+\beta$.

$f(0)=\frac{1}{3}0^3-0^2-3\cdot0+1=1$.

Άρα αναζητούμε εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $A(0,1)$.

$f'(0)=0^2-2\cdot 0-3=-3$ άρα $(\varepsilon): y=-3x+\beta$

Το σημείο $A(0,1)$ είναι σημείο της εφαπτομένης, άρα οι συντεταγμένες του επαληθεύουν την εξίσωσή της. Δηλαδή για $x=0$ και $y=1$ έχουμε:

$1=-3\cdot 0+\beta \Leftrightarrow \beta=1$

Τελικά η εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $A(0,1)$ είναι η $(\varepsilon): y=-3x+1$.

B.4.

$$\lim_{x\to -1}\frac{f'(x)}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{x^2-2x-3}{x+1}\overset{\frac{0}{0}}{\underset{*}{=}}\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(x-3)}{x+1}=\lim_{x\to -1}(x-3)=-1-3=-4$$

Horner στην παράσταση x^2-2x-3 με $\rho=-1$

1	-2	-3	-1
↓	-1	3	
1	-3	0	

Άρα $x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$